

United Square (1) – Rechercher...

Jeu pour introduire une notion

Pré requis

Aucun.

Objectifs

Compétences travaillées

Chercher	<ul style="list-style-type: none"> S'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses, en mobilisant des outils ou des procédures mathématiques déjà rencontrées, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle. Tester, essayer plusieurs pistes de résolution. Simplifier ou particulariser une situation, émettre une conjecture.
Modéliser	<ul style="list-style-type: none"> Valider ou invalider un modèle, comparer une situation à un modèle connu (par exemple un modèle aléatoire).
Représenter	<ul style="list-style-type: none"> Utiliser des outils pour représenter un problème : dessins, schémas, diagrammes, graphiques, écritures (cycle 3).
Raisonner	<ul style="list-style-type: none"> Progresser collectivement dans une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui (cycle 3). Justifier ses affirmations et rechercher la validité des informations dont on dispose (cycle 3). Fonder et défendre ses jugements en s'appuyant sur des résultats établis et sur sa maîtrise de l'argumentation (cycle 4).
Communiquer	<ul style="list-style-type: none"> Utiliser progressivement un vocabulaire adéquat et/ou des notations adaptées pour décrire une situation, exposer une argumentation. Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange. (cycle 3) Expliquer à l'oral ou à l'écrit (sa démarche, son raisonnement, un calcul, un protocole de construction géométrique, un algorithme).

Dans les programmes

- Mettre en œuvre ou écrire un protocole de construction d'une figure géométrique (**cycle 4**)
- Résoudre des problèmes de géométrie plane, prouver un résultat général, valider ou réfuter une conjecture (**cycle 4**).
- Décomposer un problème en sous-problèmes afin de structurer un programme ; reconnaître des schémas (**cycle 4**).

Introduction

Au départ, ce n'est qu'un jeu récemment commercialisé aux jolies pièces colorées et aux règles fort simples. Après quelques parties, il est évident qu'une indéniable profondeur stratégique est présente. À chaque nouveau placement de pièce, un choix est à faire. Pour cela, il faut réfléchir à ses conséquences, évaluer son intérêt en termes de points gagnés et anticiper les réactions adverses. En un mot, des raisonnements sont constamment à développer et de multiples compétences sont à mobiliser.

Il est dès lors intéressant de voir si ce jeu ne pourrait pas trouver sa place dans des séquences d'apprentissages de cycle 3 ou de cycle 4.

Pour cela, quelques exemples d'activités sont proposés et peuvent être employés à divers moments que ce soit dans le cadre d'un cours, d'une phase d'accompagnement personnalisé ou d'un travail personnel en autonomie. Pour chacune des trois principales, aucun pré-requis n'est nécessaire et une séance d'une heure peut suffire mais est extensible en fonction des questionnements générés ou des besoins du public auquel on s'adresse. Enfin, les problèmes abordés bien que tous issus du jeu, peuvent être traités indépendamment les uns des autres et donc aussi partiellement.



Le jeu *United Square* est gratuitement disponible en version en ligne ou sous forme d'applications à l'adresse : united-square.com

Organisation matérielle

- Matériel de jeu issu de la boîte « United Square »
- Feuilles d'accompagnement et de recherche :
 - Quadrichromie
 - Arborescences
 - Floraison
 - Eliminations ?
 - Identifications
 - Farandole

Déroulé

Bien avant la découverte des règles, la prise en main du jeu et même l'ouverture de la boîte, une activité toute trouvée va consister à comprendre la logique de construction des pièces. On en observe une, celle marquée du logo par exemple, et on constate : un carré partagé, grâce au tracé de ses diagonales, en quatre zones triangulaires, chacune d'une couleur différente parmi bleu, jaune, rouge et vert.

Une question se pose naturellement, combien existe t-il de telles configurations ?



Par quoi commencer ?

En fournissant des supports manipulables, des lots de triangles rectangles isocèles découpés dans du papier coloré, rapidement des premières solutions sont trouvées par manipulation et assemblage. Nous permettons ainsi au plus large public, notamment de jeunes enfants y compris de cycle 2 si on le souhaite ou des élèves en difficulté, de débiter une telle recherche sans être confrontés à un trop haut degré d'abstraction.



Produire des solutions est donc aisé mais deux de mes propositions ne sont-elles pas en fait identiques ? Suis-je certain par ailleurs de les avoir toutes obtenues ?

Les compétences employées et donc développées ou encouragées sont alors nombreuses : de l'argumentation nécessaire pour convaincre que deux coloriages sont en fait identiques à la discussion quant à l'exhaustivité ou non des solutions trouvées. En fait, un travail relativement complet autour des thèmes : chercher, raisonner, représenter et communiquer.

Ayons aussi à l'esprit qu'à cela peut aussi s'ajouter bien d'autres compétences en fonction du protocole de mise au travail choisi, activité en groupes, mise en commun orale des résultats, voire découverte de l'emploi d'un logiciel de géométrie dynamique pour présenter les pièces trouvées. Pour tous, une fiche de carrés vierges prête à être mise en couleurs servira à lister les configurations trouvées.

Concevoir un algorithme de recherche

Bien évidemment, pour ce travail, la mise en place d'une méthodologie sera nécessaire. Une recherche aléatoire et désordonnée risquerait de conduire à l'obtention de coloriages similaires mais non disposés identiquement et par conséquent difficiles à reconnaître et à éliminer. À cela s'ajoutera le risque d'oublier quelques possibilités. Encourageons donc à faire preuve de méthode, d'organisation et à noter chaque solution obtenue si ces dernières sont le fruit d'une manipulation d'assemblages de triangles cartonnés. Outre l'activité de recherche, l'objectif final visé sera par conséquent la formulation d'un protocole méthodologique, un algorithme en somme, permettant de déterminer la liste exhaustive des pièces existantes.

La stratégie précédente, certes lente et peu efficace, correspond néanmoins à un algorithme qu'il est intéressant de formaliser : j'assemble quatre triangles colorés, je vérifie si je possède déjà cette configuration sinon je reprends l'étape précédente.

De cette phase de travail par laquelle quasiment chacun passe, une première possibilité mise par écrit de ces découvertes est envisageable. Lors de l'élimination des pièces obtenues en doublon, l'occasion est offerte de découvrir et d'illustrer l'effet sur ces configurations colorées des translations, rotations et symétries centrales. Des situations d'entraînement à la reconnaissance de ces transformations, employant ou non les pièces du jeu, sont alors à proposer en compléments.

En second lieu, de cette stratégie quelque peu anarchique qui risque de conduire à l'oubli de certaines solutions, une méthode exhaustive est à rechercher, à verbaliser et à communiquer par le moyen de représentation le plus adapté. De nouveaux algorithmes de recherche vont donc émerger. Ils seront à confronter pour comparer leur efficacité mais aussi à réemployer lors de situations similaires de dénombrement éventuellement issue de problèmes numériques. Des occasions d'évaluer leur compréhension et leur degré de transfert seront donc à provoquer.

Tout d'abord, le plus naturel, le plus intuitif, est de choisir l'un des quatre triangles rectangles isocèles et de fixer sa couleur. Nous débuterons donc en colorant en bleu le triangle du bas.



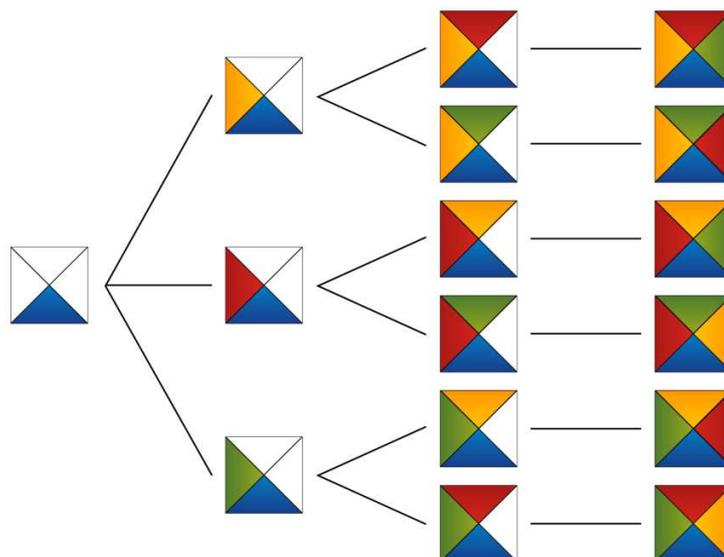
Ensuite, en choisissant un sens de parcours, par exemple celui des aiguilles d'une montre, il nous faut choisir la couleur du triangle voisin. Trois possibilités s'offrent à nous : jaune, rouge ou vert.



Pour la troisième zone, nous n'avons plus que deux choix à envisager puisque seules deux couleurs sont encore non utilisées. Par conséquent, chacune des dispositions, « bleu-jaune », « bleu-rouge » et « bleu-vert » va générer deux nouvelles situations. Au total, en respectant les conditions imposées, six pièces distinctes existent. La totalité des pièces du jeu sera alors composée de quatre séries de ces six colorations de carrés. Point que l'on peut vérifier en ouvrant un boîte et en triant les pièces.

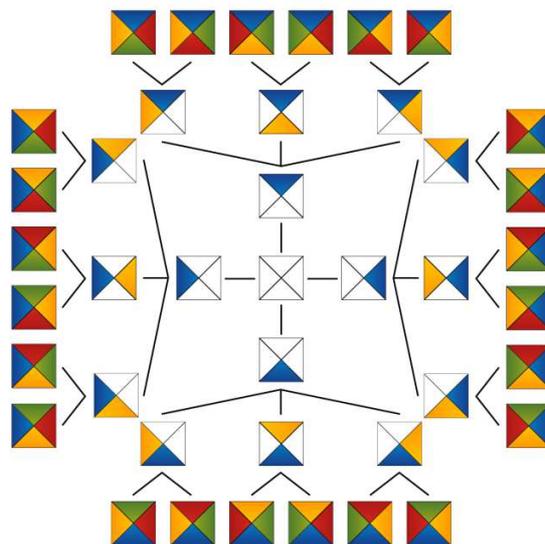


En reprenant les différentes étapes de la démarche précédente, c'est-à-dire en choisissant de fixer la couleur du triangle inférieur, ici bleu, il est possible de représenter ce raisonnement sous forme d'un arbre. Nous retrouvons ainsi une forme classique de représentation de situations de dénombrement ou de probabilités.

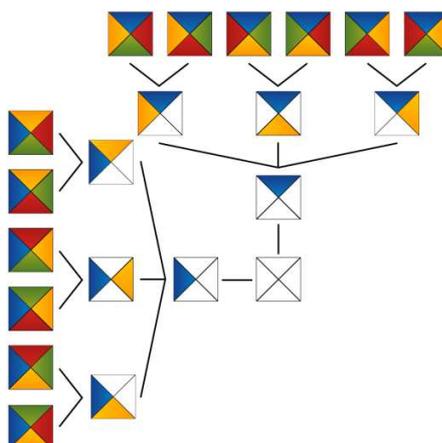


Une autre option aurait pu être envisagée : choisir comme critère, non de fixer la position d'une couleur, bleu en bas, mais plutôt un type de couleur et ensuite de s'intéresser à toutes ses positions possibles. La recherche porte alors sur le dénombrement de toutes les répartitions de couleurs envisageables. Si l'on représente ce travail, une nouvelle fois, sous forme d'arbre, nous avons quatre positions possibles pour le triangle bleu puis, à chaque fois, trois pour le jaune et enfin deux pour le rouge. La dernière zone ne peut bien évidemment être que verte. L'arbre complet comprend donc 24 branches dont il nous reste à éliminer les pièces identiques mais disposées différemment. Quelle stratégie alors adopter dans ce travail d'identification et d'élimination des doublons ?

Si au lieu de présenter ce travail de recherche sous forme d'arbre, on opte plutôt pour une sorte de « corolle », quatre directions pour chacune des quatre zones triangulaires pouvant être teintées de bleu, des éléments de symétrie apparaissent. Deux côtés opposés, par exemple, sont symétriques par rapport à la pièce centrale. Nous aboutissons donc à des solutions identiques puisque superposables après un demi-tour. Seuls deux côtés consécutifs de ce carré sont donc à conserver soit douze dispositions.



Colorier un premier triangle d'une couleur, quatre points de départ, quatre directions

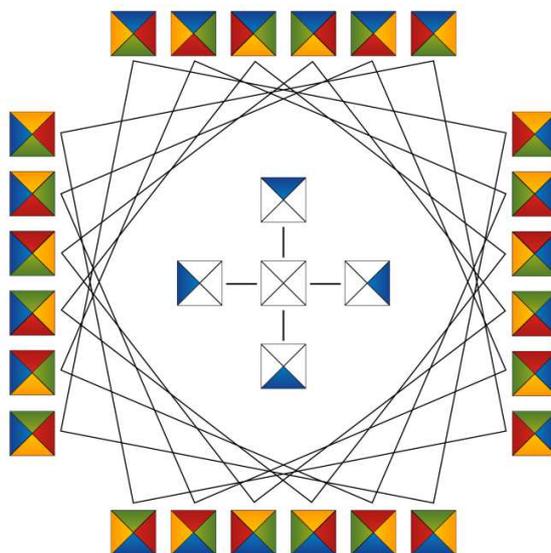


Éliminer certaines possibilités puisque identiques après un demi-tour

Il est aussi possible de considérer qu'une même configuration colorée a en fait quatre positions possibles. On passe de l'une à l'autre par un quart de tour soit une rotation de 90° dont le centre est celui du carré. L'occasion d'évoquer ou de présenter cette notion de rotation désormais présente dans le programme de cycle 4. Ainsi de la corolle précédente et des 24 propositions, nous n'en conserverons que 6 puisque pour passer d'une branche à l'autre, seule une rotation des pièces est effectuée.

L'arbre complet avec ses 24 branches dont il faut éliminer les éléments surnuméraires (annexe « *Floraisons* ») peut permettre à des élèves éventuellement bloqués après un certain temps de travail d'obtenir quelques succès. Une forme d'aide donc pour surmonter les trop grandes possibilités de la recherche ou un éventuel manque d'organisation dans celle-ci ou l'occasion d'évoquer ou d'introduire symétrie axiale, symétrie centrale et rotation.

Des compétences de vision dans l'espace, mentalement être capable de tourner les pièces, se substituent à l'objectif initial de recherche. Toutefois, point positif, la réussite de tous, aboutir aux six pièces différentes qui composent le jeu, est au rendez-vous.



Les pièces identiques sont reliées par un segment

Une façon originale de s'assurer que la logique de construction des pièces tout comme les différents algorithmes précédents sont bien acquis pourrait être de procéder à un petit jeu. La totalité des 24 pièces d'une boîte de *United square* sont placées en vrac dans un sac opaque. L'une d'entre elles, tirée au sort, est retirée sans être révélée. Par observation et éventuelle manipulation des 23 pièces restantes, il faut redessiner la pièce mise de côté. Une occasion de laisser des élèves pratiquer ce travail en groupe et de les laisser échanger et argumenter quant à leurs stratégies, leurs choix.

Si l'activité en groupe n'est pas possible, la fiche « *Éliminations ?* » reprend le principe suggéré pour deux tirages au sort successifs d'une pièce. L'aspect dynamique et la richesse des échanges sont alors perdus au profit d'une activité individuelle plus classique.

Prolonger

Pour obtenir plus rapidement le nombre de pièces existantes, un simple raisonnement numérique aurait suffi. Il est d'ailleurs très proche de la démarche « constructiviste » que nous venons de voir. Une fois un premier triangle mis en couleur, nous n'avons plus pour son voisin, par exemple celui situé à sa gauche, que trois choix de coloration possibles. Puis deux autres pour la zone voisine et un seul et unique pour le dernier triangle. Au final, ne peuvent donc exister que $3 \times 2 \times 1$, soit 3! pièces différentes. Une démarche rapide et intéressante de dénombrement des situations mais qui malheureusement ne nous permet pas de les construire effectivement. Cependant ce type de raisonnement trouve pleinement son intérêt dans

des situations de recherche certes proches mais nettement plus complexes. Lorsque le nombre de cas à envisager augmente fortement, construire effectivement les pièces devient long, voire fastidieux. Le dénombrement des possibilités peut par conséquent dans une première phase de recherche largement suffire.

Modifions donc quelque peu les conditions initiales de la recherche et interrogeons-nous alors sur les conséquences : pourquoi ne pas autoriser aux couleurs de se répéter sur un même carré ou encore autoriser les couleurs à se répéter tout en limitant à trois couleurs le nombre de choix possibles.

Nous avons ainsi un moyen simple de fournir une nouvelle tâche à des élèves rapides, les maintenant ainsi en activité pendant la poursuite du travail des plus lents ou encore de s'assurer que les stratégies proposées précédemment sont en mesure d'être réinvesties.

Différents parcours

Pour s'adapter aux différents profils et besoins des élèves et en vue de la réussite de tous, différents supports et compléments peuvent être employés ou envisagés.

Questionner	Différencier	Prolonger / Évaluer
<i>Si un carré est partagé, grâce au tracé de ses diagonales, en quatre zones triangulaires, et que chacune d'elles est colorée d'une couleur différente parmi bleu, jaune, rouge et vert, combien existe-t-il de coloriations différents possibles ?</i>	Un support de recensement des configurations : <ul style="list-style-type: none"> • fiche « <i>Quadrichromie</i> » 	Organiser, trier un ensemble de configurations en repérant celles qui sont identiques mais disposées différemment. Argumenter. <ul style="list-style-type: none"> • fiche « <i>Identifications</i> » • fiche « <i>Farandole</i> » • fiche « <i>Éliminations ?</i> »
	Un support suggérant une organisation de la recherche : <ul style="list-style-type: none"> • fiche « <i>Arborescences</i> » 	
	Un support donnant les solutions mais dont le tri est à réaliser : <ul style="list-style-type: none"> • fiche « <i>Floraisons</i> » 	

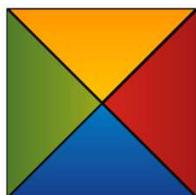
Différentes compétences et connaissances

						Cycle 3	Cycle 4
	Chercher	Modéliser	Représenter	Raisonner	Communiquer		
"Quadrichromie"	●		●	●	●	Vocabulaire permettant de définir des positions, des déplacements ; Reconnaître, nommer, décrire, reproduire, représenter des figures simples ou complexes.	Développer sa vision de l'espace ; Comprendre l'effet d'une symétrie axiale, d'une rotation ; Écrire, mettre au point et exécuter un programme en réponse à un problème donné.
"Arborescences"		●		●	●		Organiser, des données ; Développer sa vision de l'espace Comprendre l'effet d'une symétrie axiale, d'une rotation ; Décomposer un problème en sous-problèmes.
"Floraisons"			●	●		Vocabulaire permettant de définir des positions, des déplacements.	Développer sa vision de l'espace ; Comprendre l'effet d'une symétrie axiale ou centrale, d'une rotation.
"Éliminations ?"	●	●		●	●	Vocabulaire permettant de définir des positions, des déplacements.	Comprendre l'effet d'une symétrie axiale ou centrale, d'une rotation ; Écrire, mettre au point et exécuter un programme en réponse à un problème donné.
"Identifications"		●		●	●	Vocabulaire permettant de définir des positions, des déplacements.	Développer sa vision de l'espace ; Comprendre l'effet d'une symétrie axiale ou centrale, d'une rotation.
"Farandole"		●		●		Vocabulaire permettant de définir des positions, des déplacements.	Développer sa vision de l'espace ; Comprendre l'effet d'une symétrie axiale ou centrale, d'une rotation.

QUADRICHROMIE

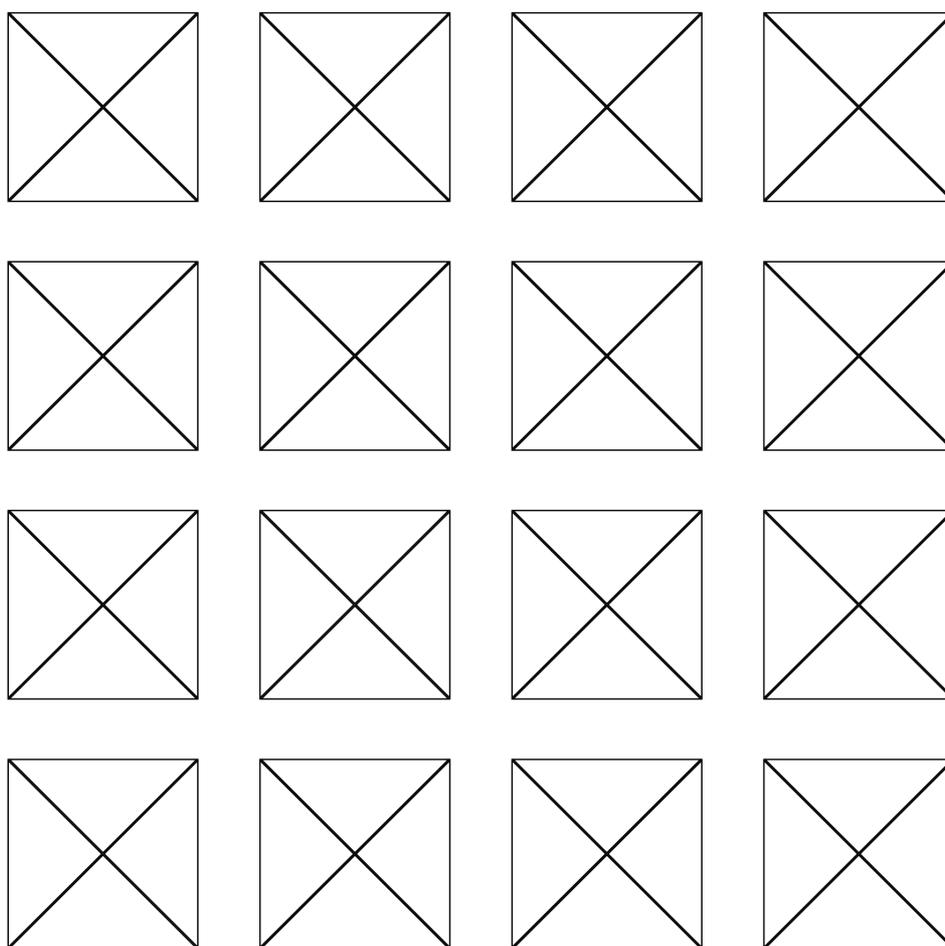


Nous allons partir d'un carré et tracer ses diagonales.
Quatre triangles rectangles isocèles sont ainsi créés, triangles que nous allons colorer de quatre couleurs toutes présentes et différentes, bleu, jaune, rouge et vert.
Nous pouvons par exemple obtenir cette première disposition :



En procédant ainsi, combien de pièces différentes pouvons-nous obtenir ?

Chacune de vos propositions sera représentée ci-dessous à l'aide des carrés fournis.



ARBORESCENCES

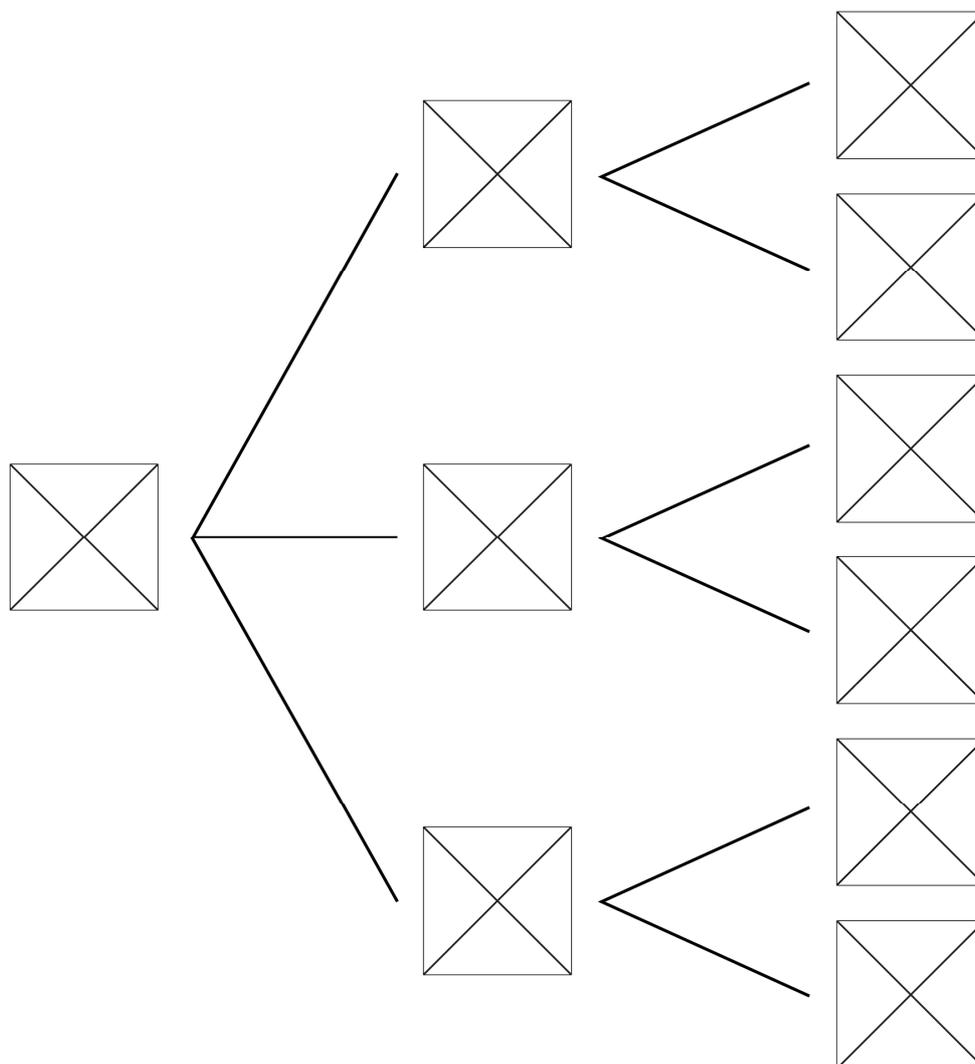


Nous allons partir d'un carré et tracer ses diagonales.
Quatre triangles rectangles isocèles sont ainsi créés, triangles que nous allons colorer de quatre couleurs toutes présentes et différentes, bleu, jaune, rouge et vert. Nous pouvons par exemple obtenir cette première disposition ci-contre.
En suivant cette règle, nous souhaitons savoir combien de pièces différentes il est possible d'obtenir et n'oublier aucune disposition.



Pour cela, nous allons procéder logiquement : fixer un premier triangle et toujours le colorier d'une même couleur puis de toutes les autres possibilités son voisin de gauche et ainsi de suite...

En suivant cette démarche, mettez en couleurs l'arbre des possibilités ci-dessous pour obtenir toutes les pièces différentes correspondant aux conditions initiales fixées.



FLORAISONS



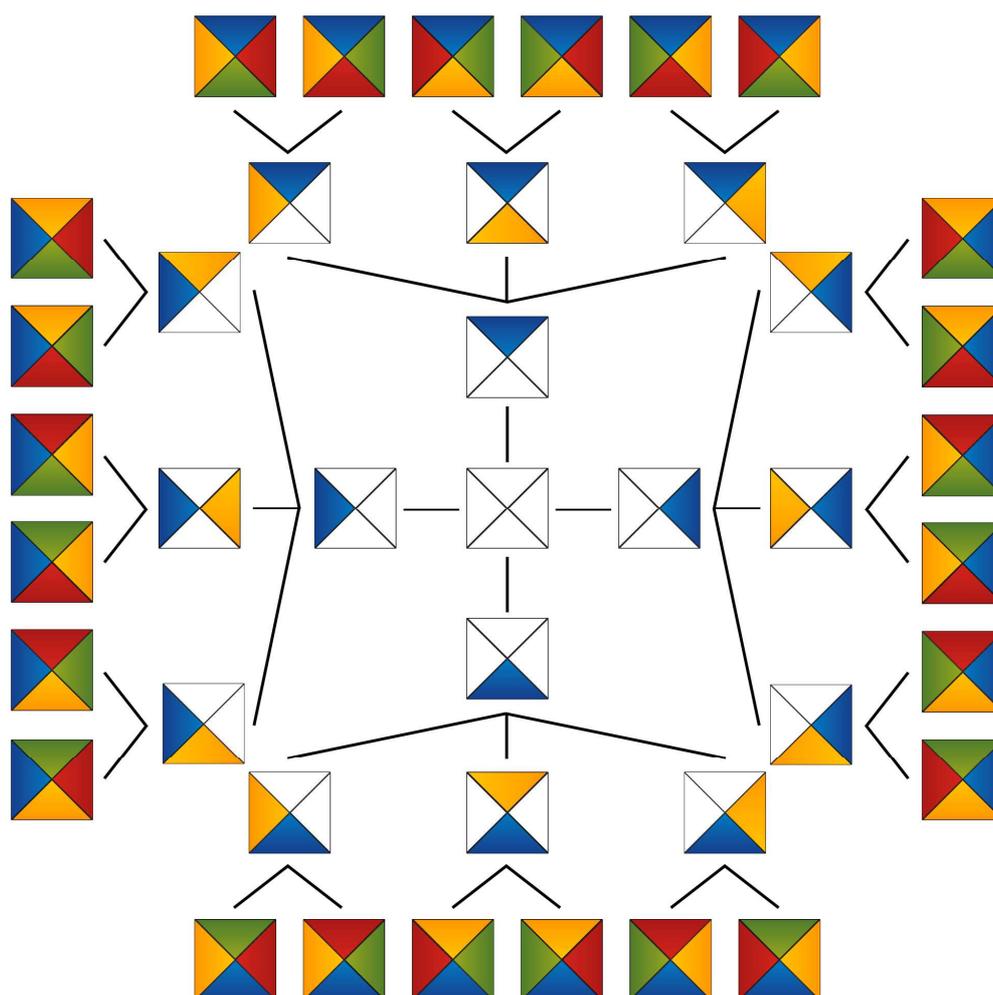
Nous allons partir d'un carré et tracer ses diagonales.
Quatre triangles rectangles isocèles sont ainsi créés, triangles que nous allons colorier de quatre couleurs toutes présentes et différentes, bleu, jaune, rouge et vert. Nous pouvons par exemple obtenir cette première disposition ci-contre.
En suivant cette règle, nous souhaitons savoir combien de pièces différentes il est possible d'obtenir et n'en oublier aucune.



Pour cela, nous allons procéder logiquement : fixer une première couleur, le bleu, et chercher toutes les dispositions possibles de ce triangle. Puis, colorier le triangle voisin d'une autre couleur parmi les trois possibilités restantes et poursuivre ainsi.

Il vous reste maintenant à éliminer les dispositions identiques pour que ne reste que les pièces différentes correspondant aux conditions initiales fixées.

Entourez d'une même couleur les pièces identiques.

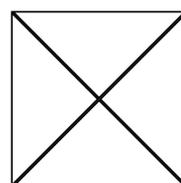
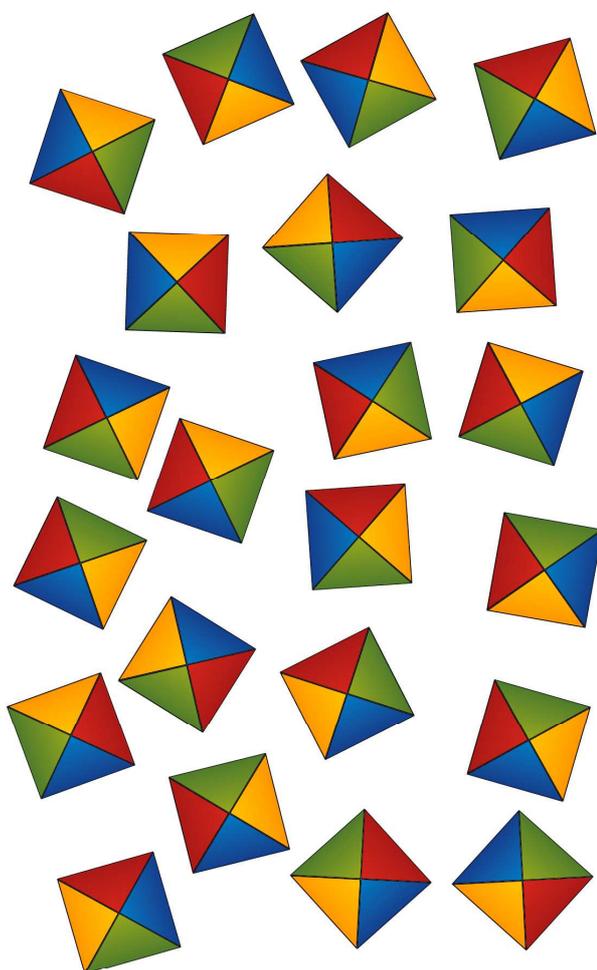
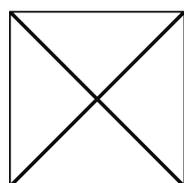
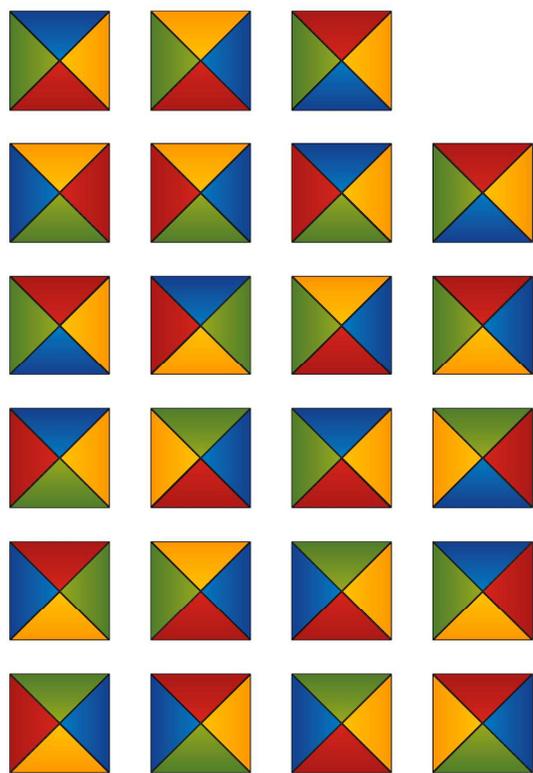


ÉLIMINATIONS ?



Lors du rangement des 24 pièces du jeu, nous en avons perdu une.
Souhaitant pouvoir continuer à jouer, il nous faut retrouver quelle carré coloré a été perdu.

Pouvez-vous déterminer quelle pièce a été égarée ?
Vous dessinerez votre proposition à l'emplacement laissé libre ?



IDENTIFICATIONS



Nous disposons désormais de six pièces carrées différentes.



Seriez-vous rapidement les reconnaître ?

Un lot de six pièces a été trouvé par une autre équipe de recherche. Quelques doutes demeurent sur l'exactitude de leur travail.

Pour lever ces doutes, reliez chacune des pièces à son double dans le lot de référence.

LOT DE RÉFÉRENCE

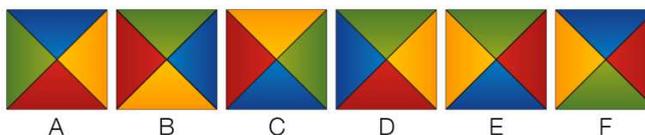


LOT DOUTEUX

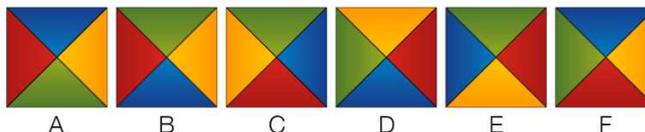
D'autres lots ont été mélangés lors de divers rangements. Il est donc fortement possible que ces six pièces ne soient pas toujours différentes.

Vous devez par conséquent repérer les intrus, c'est-à-dire les pièces présentes en plusieurs exemplaires.

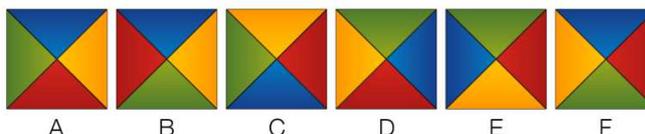
Lot 1



Lot 2



Lot 3



FARANDOLE



Deux lots de pièces ont été malheureusement mélangés.
Sachant que chaque lot contient six pièces différentes, nous voudrions pouvoir isoler ces deux groupements de pièces.

En observant attentivement ces douze carrés colorés, reliez les couples de carrés identiques.

